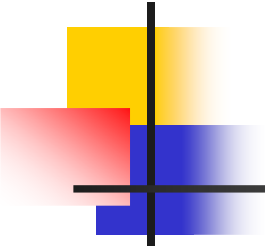


---

QCD と ILC

横谷洋 (富山大学)

ILC 合宿, 呉羽ハイツ, 2013.07.20-23



---

# トップクォーク(質量)の話

# トップクォーク

Top-quark :

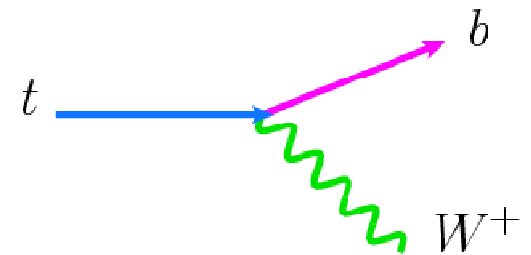
- 1995年にTevatron実験で発見
- 質量が他のクォークに比べて非常に重い

$$m_t \simeq 173 \text{ GeV} \gg m_b, m_c$$

- ハドロン化する前に崩壊する ( $t \rightarrow bW^+$ )

$$\Gamma_t \simeq \frac{G_F m_t^3}{8\sqrt{2}\pi} |V_{tb}|^2 \sim 1.5 \text{ [GeV]} \gg \Lambda_{\text{QCD}}$$

- ヒッグス場との大きな湯川結合 ( $y_t \sim 1$ )  $\rightarrow$  EWSBに関係がある?



# トップクォーク(質量)の重要性

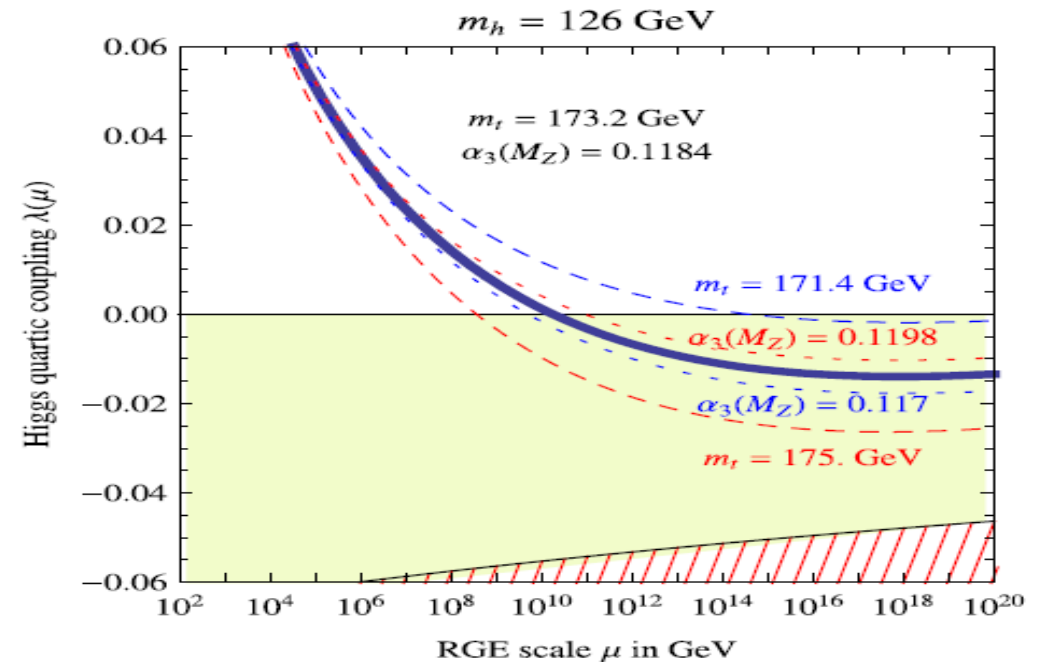
- RGE of Higgs quartic coupling

$$16\pi^2 \mu \frac{d\lambda}{d\mu} = 24\lambda^2 - 6y_t^4 + \dots$$

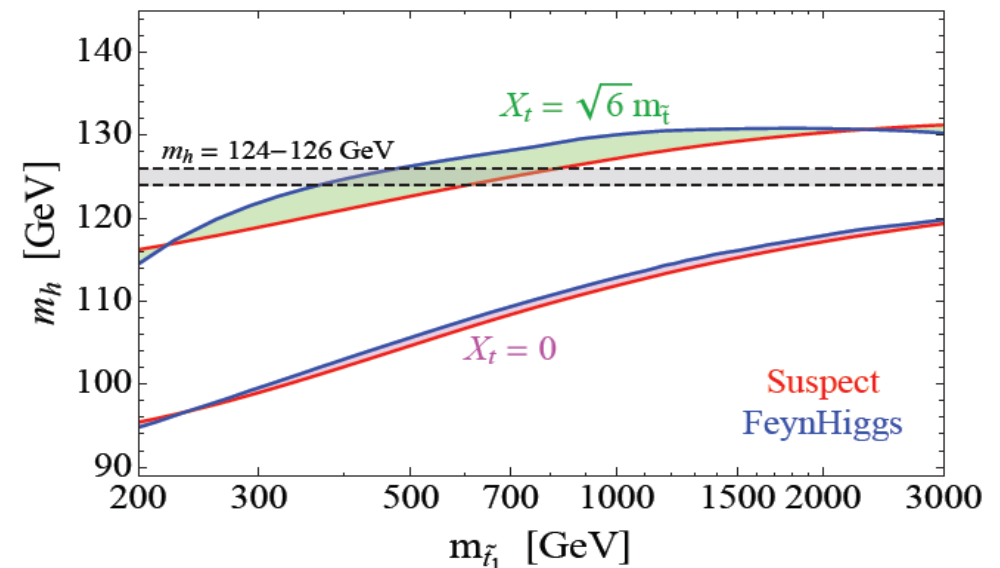
$m_t$  is important to calculate the scale at which the SM breaks down.

- Higgs mass in the MSSM

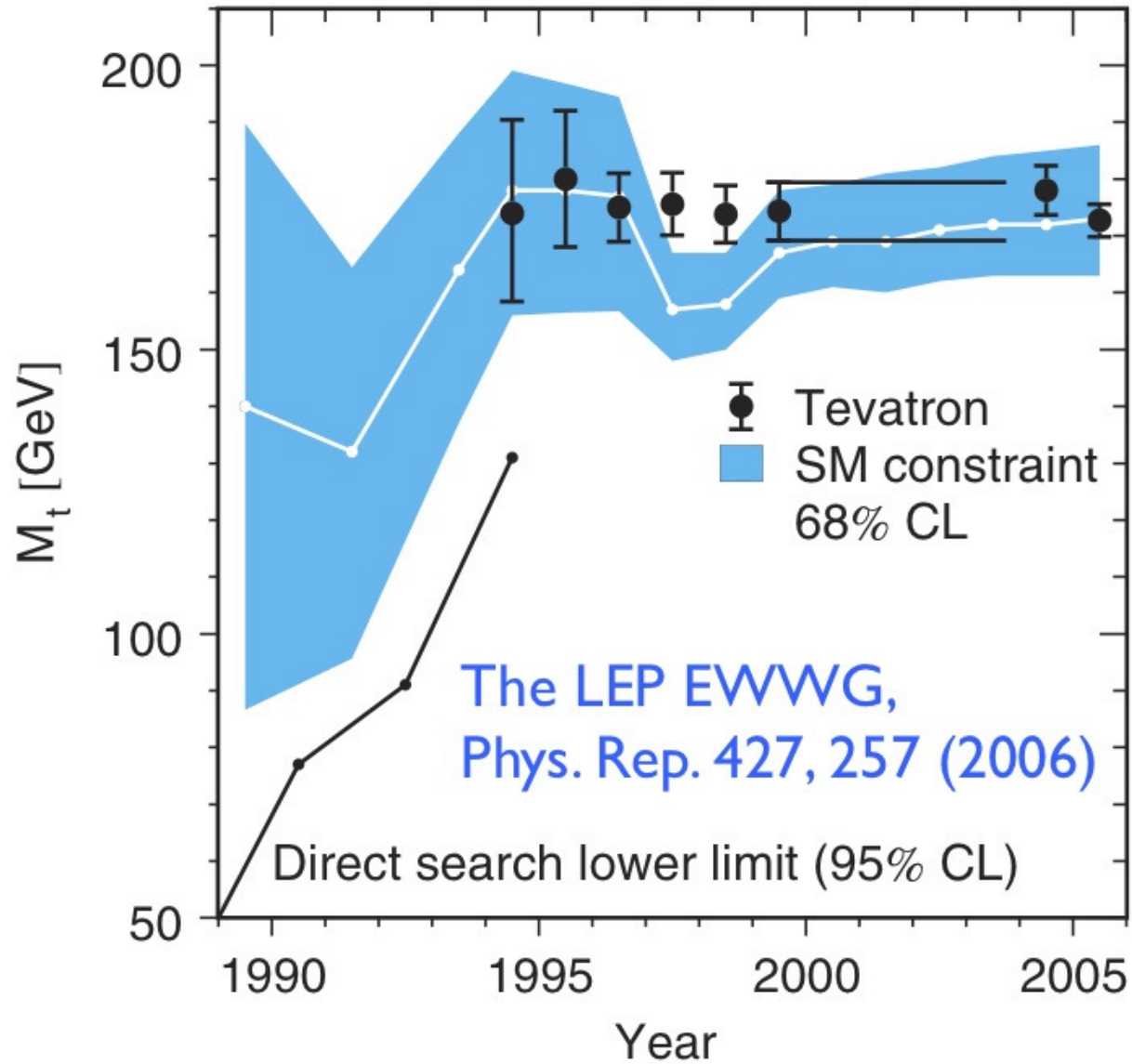
$$\delta m_h^2 = \frac{3y_t^4 v^2}{16\pi^2} \left[ \ln \frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2} + X_t^2 - \frac{X_t^4}{12} \right]$$



MSSM Higgs Mass



# トップクォーク質量測定



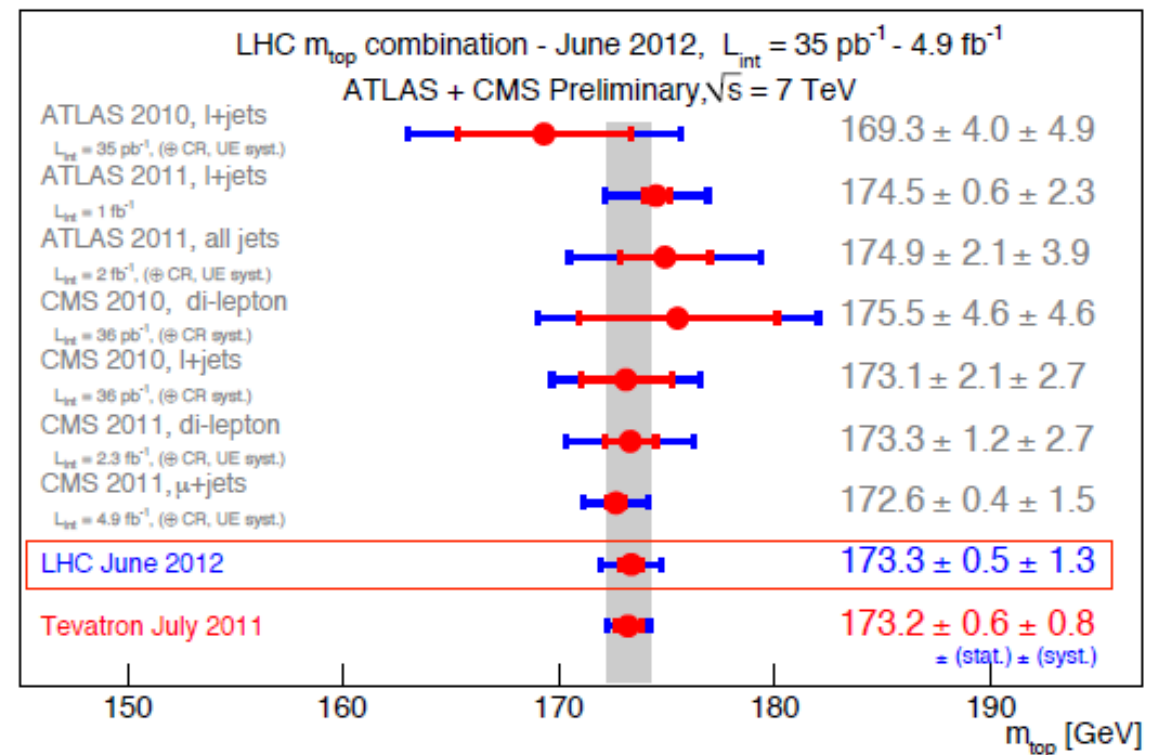
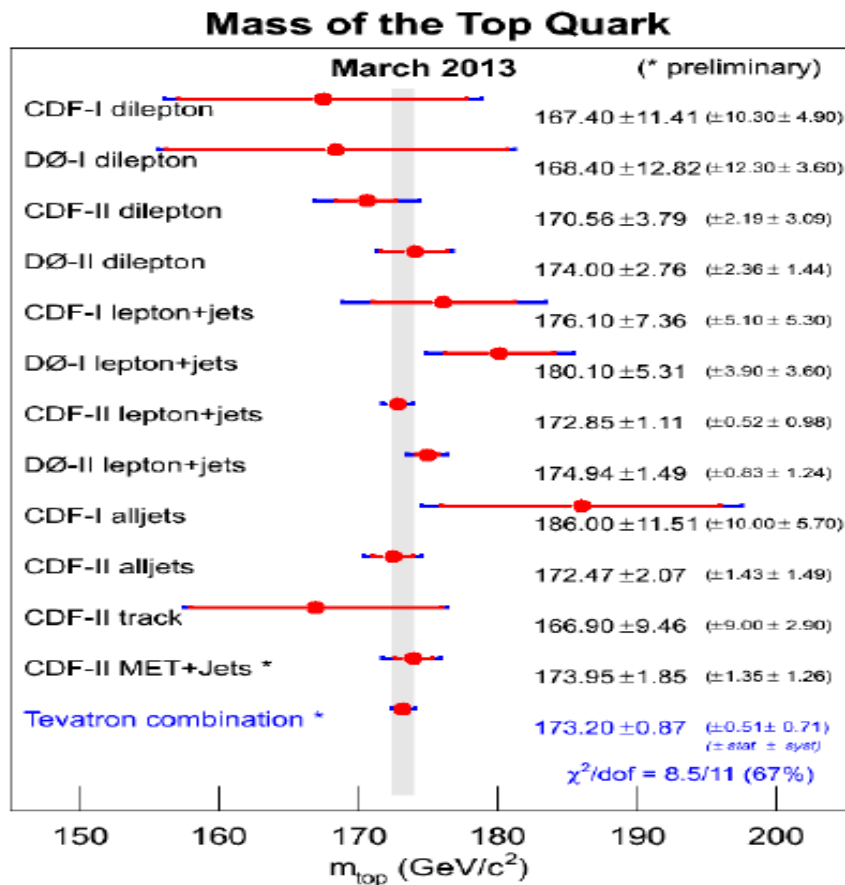
# トップクォーク質量測定

Tevatron:  $m_t = 173.2 \text{ GeV} \pm 0.5 \text{ GeV}(\text{stat.}) \pm 0.7 \text{ GeV}(\text{syst.})$

arXiv:1305.3939

LHC :  $m_t = 173.3 \text{ GeV} \pm 0.5 \text{ GeV}(\text{stat.}) \pm 1.3 \text{ GeV}(\text{syst.})$

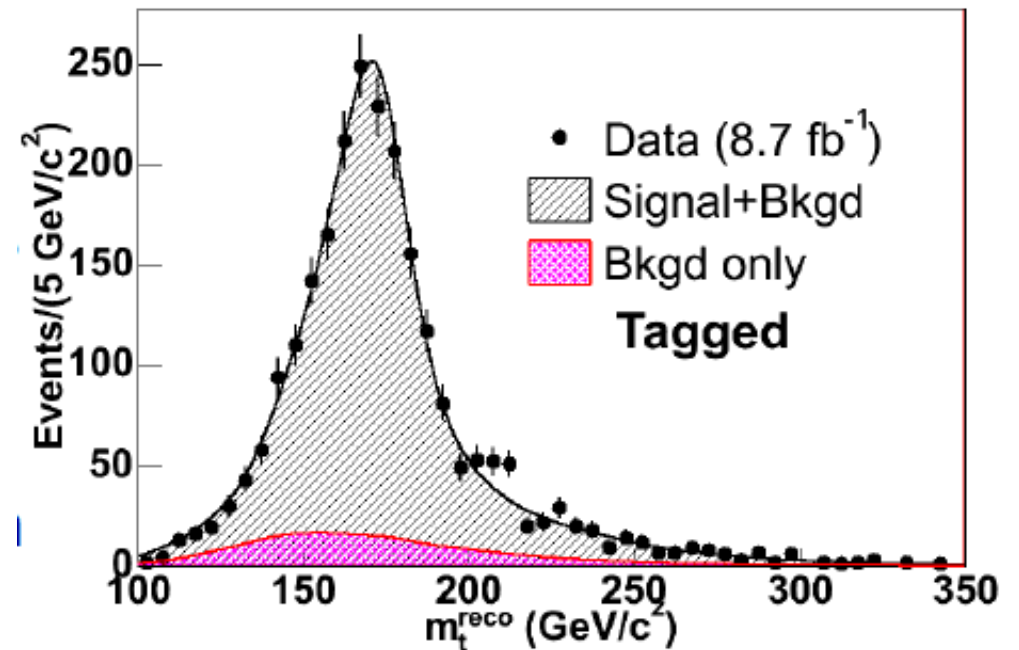
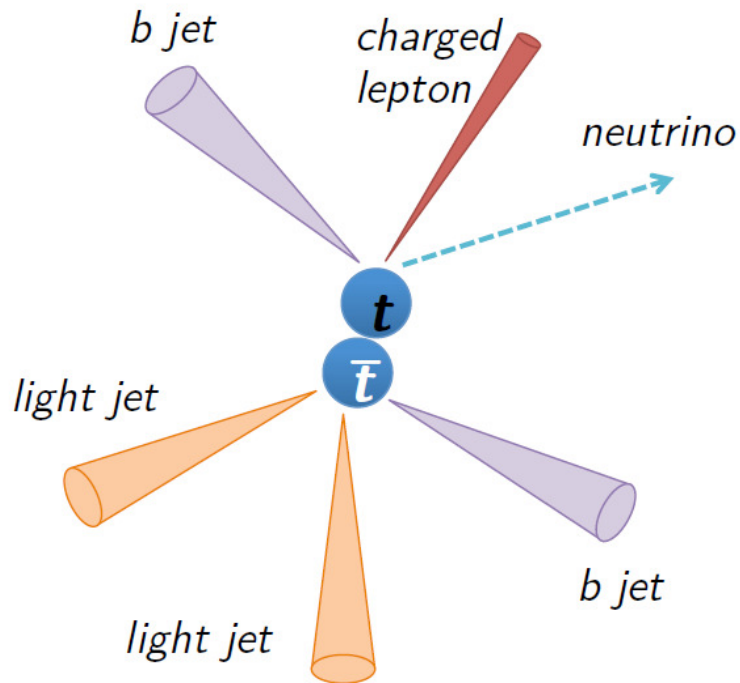
ATLAS-CONF-2012-095



# トップクォーク質量測定

ハドロンコライダーでの質量測定で、最も精度良いのはbjj不変質量分布

$$t\bar{t} \rightarrow b\ell\nu\bar{b}q\bar{q}' : \text{lepton} + \cancel{E}_T + 4\text{-jets (2 b-tagged)}$$



(実際の解析には、Template method, ME method などが用いられている)

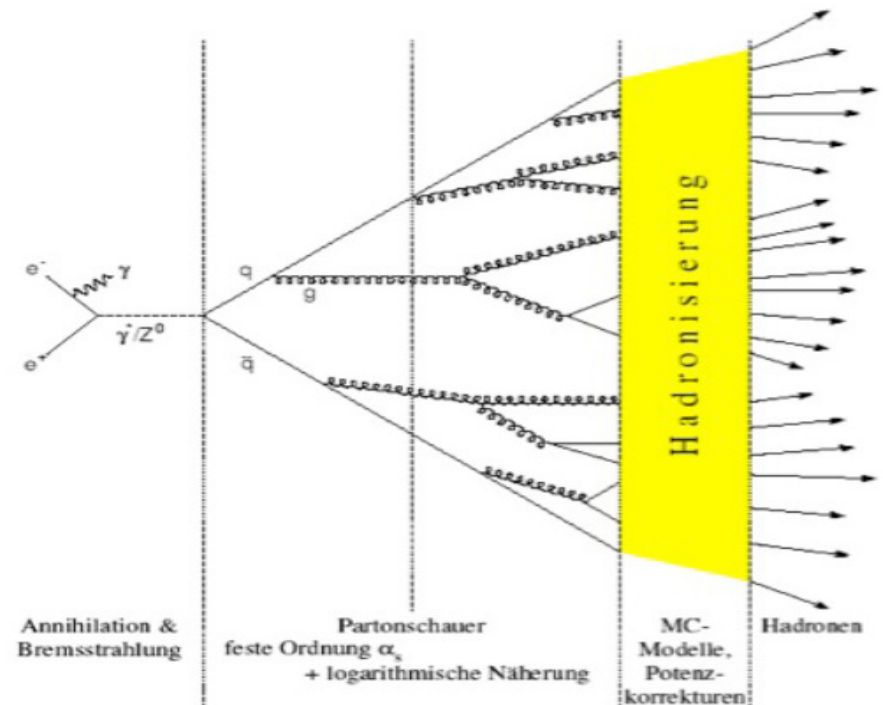
# トッブクォーク質量測定

- $b_{jj}$ の不変質量のピークは、  
トッブクォークのポール質量の値か？

$$M_{bjj}^2 = (p_{j1} + p_{j2} + p_{j3})^2 \neq (p_b + p_q + p_{q'})^2 = p_t^2 = m_{pole}^2$$

- カラーを持たないハドロンの運動量をどれだけ正確に測れたとしても、カラーを持ったクォークの質量になることは決してない。
- ハドロンコライダーでは、更に、Initial-State Radiation, Underlying Eventなどの寄与が加わる。

$$M_{bjj} - m_{pole} \simeq \mathcal{O}(\Lambda_{QCD} - 1 \text{ GeV})$$





# クォーク質量の定義について

**Pole mass :**  $S_F(\not{p})^{-1} = \not{p} - m - \Sigma(\not{p}) \simeq \not{p} - m_{\text{pole}}$

プロパゲーターの極の位置として定義される、物理的な質量の定義。  
 しかし、クォークは閉じ込められていて、フリーなクォークは現実的には存在しないので、pole質量にこだわる必要はない。

(pole質量を用いた摂動計算は、収束性が悪いことが知られている。)

**MSbar mass :**  $\delta m = \Sigma^{(\text{loop})}(\not{p}) \Big|_{\frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi}$

発散項(+幾何学的因子)のみを引き算して定義する、unphysicalな質量の定義。  
 単なる理論のパラメーター。繰り込みスケールに依存する。  
 高次補正の計算には適している。

**Threshold masses :** クォーク対の束縛状態を記述するのに適した定義。

- 有限繰り込みによって、摂動の各次数での対応関係は知られている。

# クォーク質量の定義について

それぞれの質量の間の対応関係は、摂動の各次数で計算可能 (有限繰り込み)

$$m_t = \bar{m}(\mu) \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} d_1(\mu) + \dots \right] \quad d_1 = \frac{4}{3} + \ln \frac{\mu}{\bar{m}}$$

例えば、 $\bar{m}(\bar{m}) = 173 \left( 1 - \frac{0.1}{\pi} \cdot \frac{4}{3} \right) \simeq 166 \text{ GeV}$  **NLO QCD**

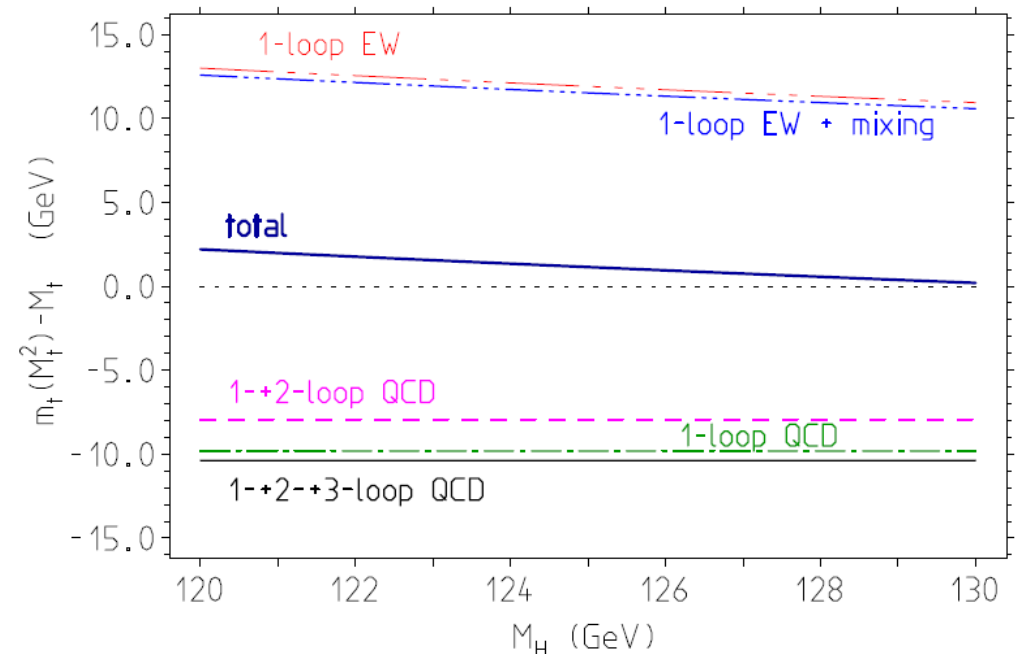
- Jagerlehner, Kalmykov, Kniehl (12)

EW補正もMSbarスキームで計算すべき。

topの”MSbar質量”は、pole質量よりも重い。

$$m_f(\mu^2) = 2^{-3/4} (G_F^{\overline{\text{MS}}}(\mu^2))^{-1/2} y_f(\mu^2)$$

ただし、湯川結合の値は変わらない



# トップクォーク質量測定

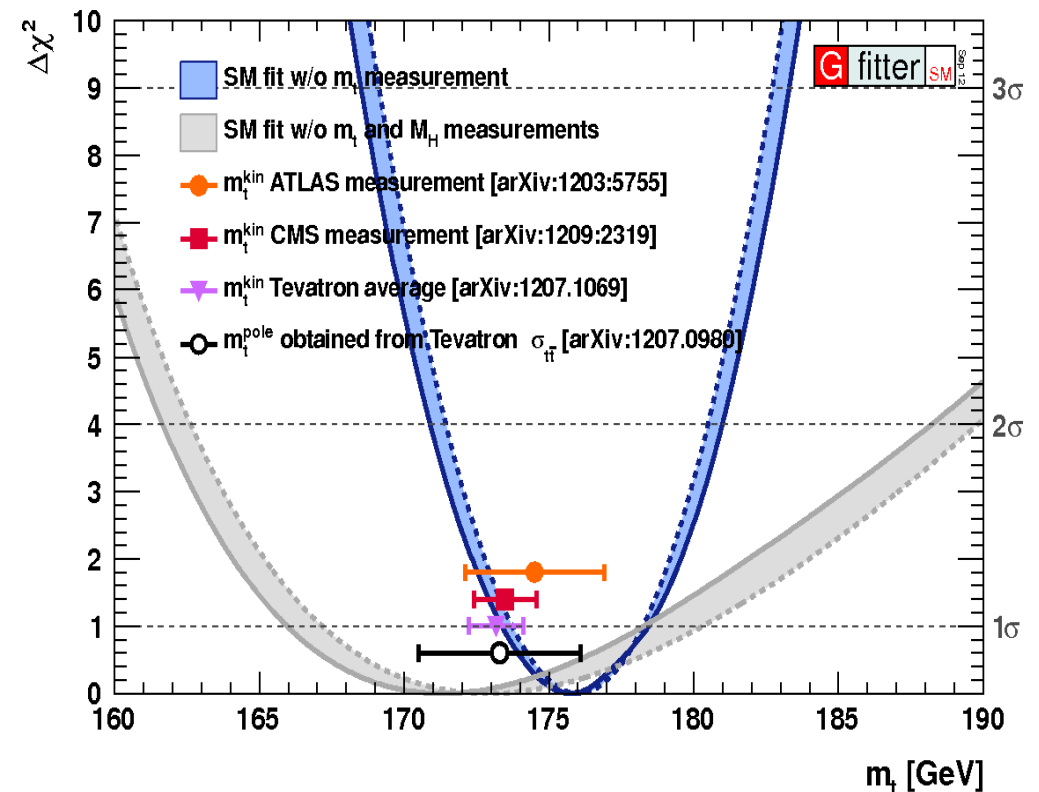
今後重要になる課題：理論的に明確に定義された質量の決定方法

## 1. EW Precision Measurementsで質量を決める。

$\rho$  パラメータへは、top質量は2次で、Higgs質量はlogで効く。

$$\delta\rho \sim \frac{3y_t^2}{32\pi^2} - \frac{3g'^2}{32\pi^2} \ln \frac{m_h}{m_Z}$$

- 得られる質量の定義が明確 (理論計算に使ったスキーム)。
- Pole massよりもMSbar massの方が、摂動の収束性が良い。
- 他のBSM寄与の存在を無視。



# トップクォーク質量測定

2. トップ対生成断面積から質量を決定する。

Langenfeld, Moch, Uwer (07)

$\sigma_{t\bar{t}}(m_{\text{pole}} \text{ or } \bar{m})$  known up to NNLO

Barnreuther, Czakon, Mitov (12)  
Czakon, Fiedler, Mitov (13)

Alekhin, Djouadi, Moch (12) [NNLO, MSTW08]

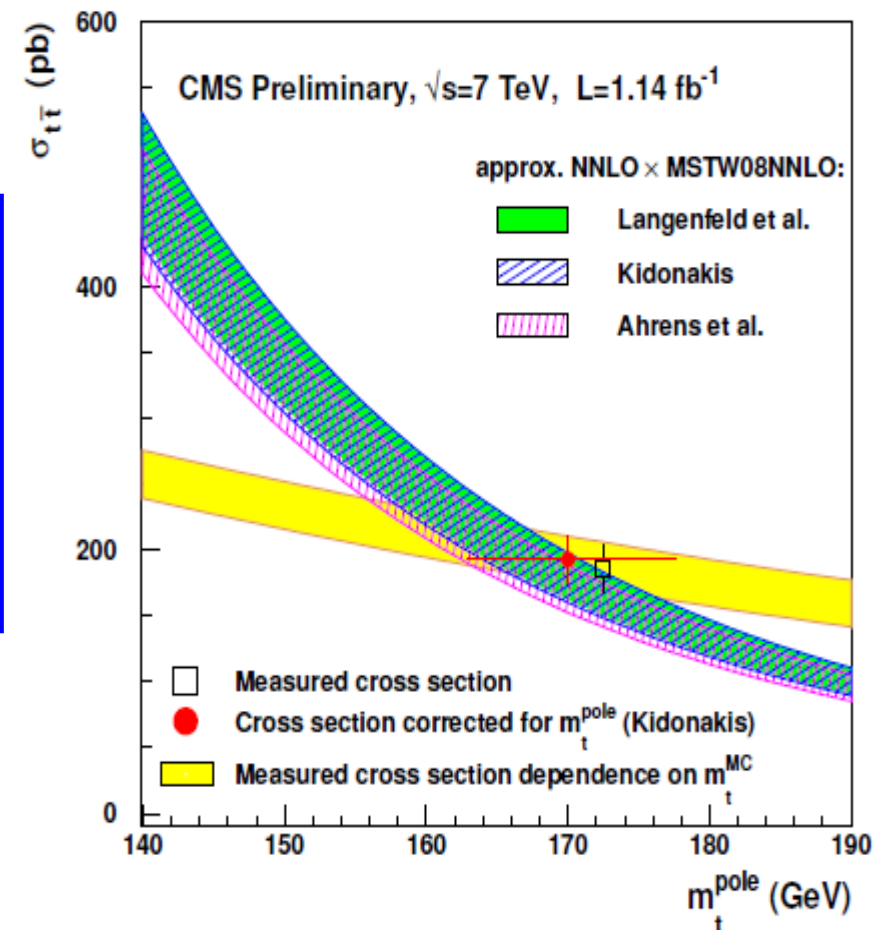
$M_{\text{pole}} = 173.4 \pm 2.4 \text{ GeV}$  [CDF&D0],  
 $176.4 \pm 2.4 \text{ GeV}$  [ATLAS&CMS]

$M_{\text{MS}} = 163.2 \pm 2.4 \text{ GeV}$  [CDF&D0],  
 $166.0 \pm 2.4 \text{ GeV}$  [ATLAS&CMS]

摂動補正の収束性は、やはりMSbarが良い。

PDFや $\alpha_s$ の不定性、測定誤差が直接影響する。

→ 分布を用いる可能性は? Dowling, Moch (13)



# Threshold scan at the ILC

## 3. ILC実験での対生成断面積の測定

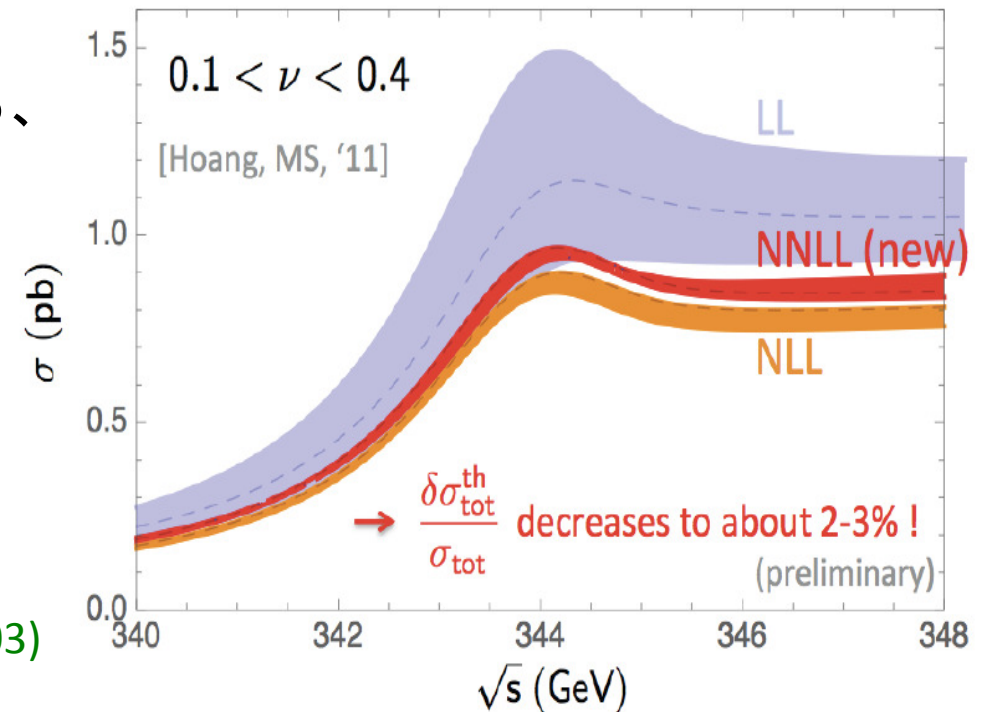
Threshold Scan : しきい値付近での生成断面積の変化を見る

- トップクォーク対の束縛状態の形成による、共鳴ピークの存在。

- ピークの位置、形、大きさなどの測定によって、 $m_t$ ,  $\Gamma_t$ ,  $\alpha_s$ の値が精密に決定できる。

(更に、トップ湯川結合の効果も → 堀口さん)

- Multi-parameter fit Martinez, Miquel (03)



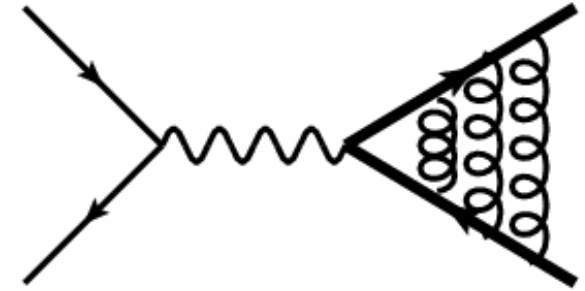
$$\delta m_t \simeq 50 \text{ MeV}, \quad \delta \Gamma_t \simeq 0.3 \text{ GeV}, \quad \delta \alpha_s \simeq 0.001$$

$$\delta m_t(\overline{\text{MS}}) \simeq 100 \text{ MeV} \quad (\text{有限繰り込みの不定性})$$

# トッブクォークの束縛状態

- トッブクォーク対の束縛状態を記述する

シュレディンガー方程式:



$$\left[ (E + i\Gamma_t) - \left\{ -\frac{\nabla^2}{m_t} + V_{QCD}^{(c)}(r) \right\} \right] G^{(c)}(\vec{x}, E + i\Gamma_t) = \delta^3(\vec{x})$$

- QCDポテンシャル:  $V_{QCD}^{(c)}(r) = C^{(c)} \frac{\alpha_s(\mu_B)}{r} \times \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} v_1^{(c)}(r) + \dots \right]$

(湯川ポテンシャル = Higgs粒子交換の効果は10%程度ある)

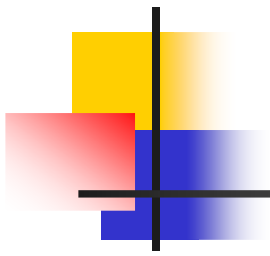
- 束縛エネルギー:  $\Delta E = \frac{C_F}{2} m_t \alpha_s^2 \simeq 2 \text{ GeV} > \Gamma_t$

トッブクォークは不安定だが、束縛状態を形成する時間は少しだけある。

- NRQCDに基づいたシステマティックな定式化 [NNLO(~2000), NNNLO(~2013?)]

25%

10% (?)



## Synopsis of NNLO results (NRQCD)

Hoang et.al.

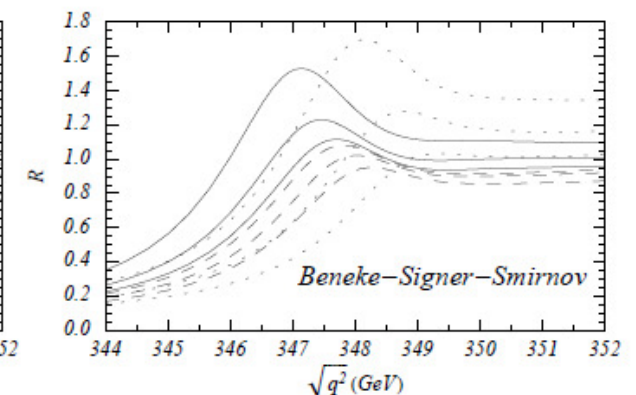
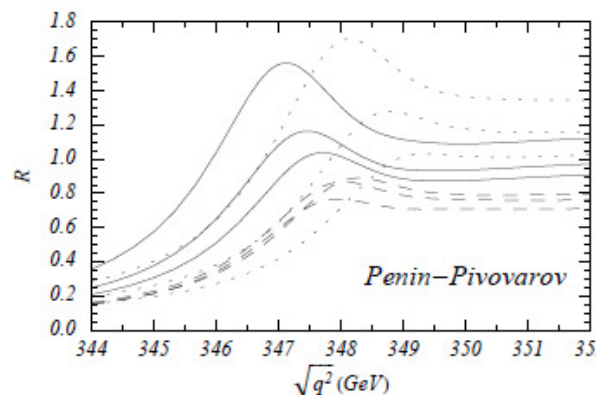
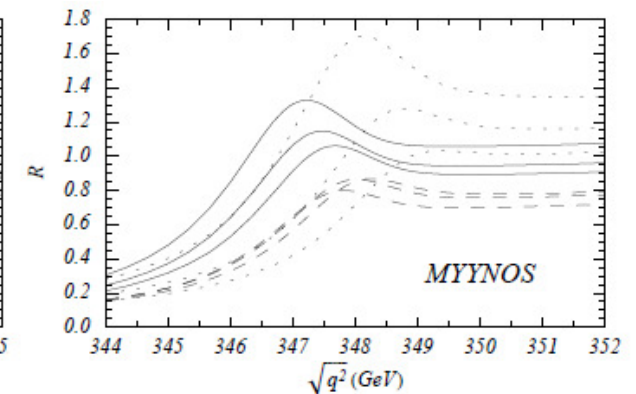
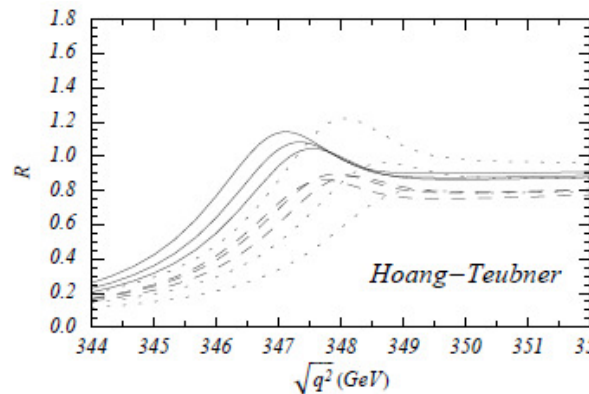
$$\sigma_{\text{NNLO}} = \sigma_0 \sum_i \left( \frac{\alpha_s}{v} \right)^i \times \{ \alpha_s^2, \alpha_s v, v^2 \}$$

$\alpha_s$ と $v$ (速度)を  
展開パラメータにとる

• LO → NLO → NNLO  
(点線) (破線) (実線)

• Peak positionの予言は、  
数10 MeV程度の不定性  
→質量測定の精度

• Normalizationの不定性は、  
~25%程度残っている。



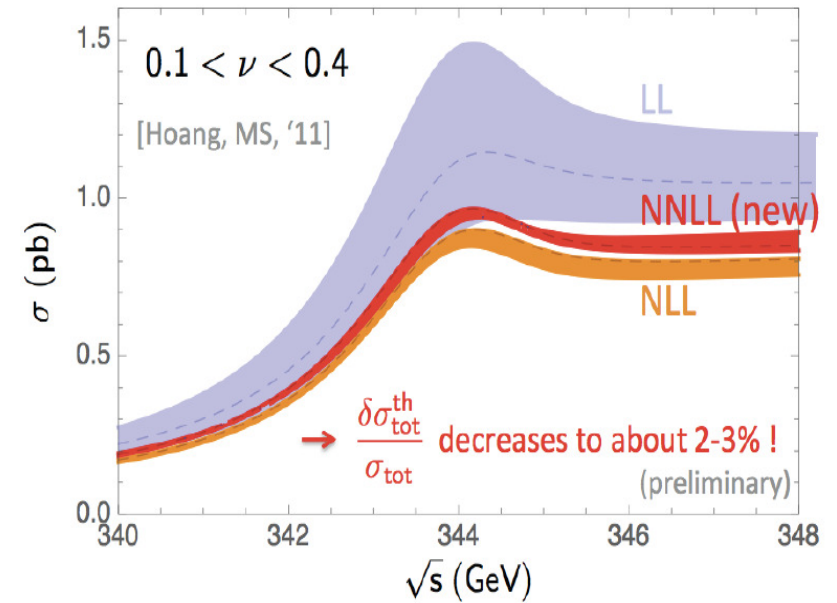
# さらなる発展

## NNLL Resummation :

Hoang, Stahlhofen (11)

resummation of ultrasoft logarithm

$$R = \frac{\sigma_{t\bar{t}}}{\sigma_{\mu^+\mu^-}} = v \sum_k \left( \frac{\alpha_s}{v} \right)^k \sum_i (\alpha_s \ln v)^i \times \left\{ 1 \text{ (LL)}; \alpha_s, v \text{ (NLL)}; \alpha_s^2, \alpha_s v, v^2 \text{ (NNLL)}; \dots \right\}$$

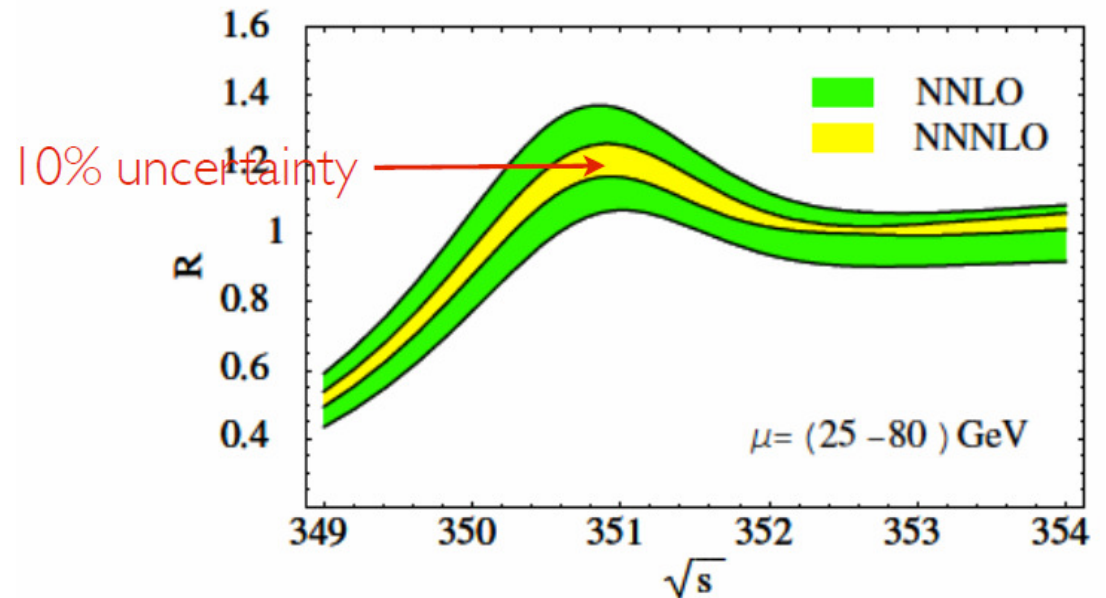


## NNLO calculation :

Beneke, Kiyo, Schuller (08, 13 ?)

Complete NNNLO calculation almost done

Can be improved by NNNLL resummation?





## まとめ：

- ヒッグス粒子の(軽い質量での)発見によって、トップクォークに対する興味が再燃してきた。
- トップクォークの質量は、Tevatron, LHCで精度良く測られているが、理論的定義との対応は不透明。
- 定義の明確な質量の測定方法として、EW precision measurement, 対生成断面積の測定、ILCでのthreshold scanなどがある。
- Threshold scanによって、100MeV程度の精度での質量決定が期待出来る。